

50. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium

September, 19-23, 2005

**Maschinenbau
von Makro bis Nano /
Mechanical Engineering
from Macro to Nano**

Proceedings

Fakultät für Maschinenbau /
Faculty of Mechanical Engineering

Startseite / Index:

<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=15745>

Impressum

- Herausgeber: Der Rektor der Technischen Universität Ilmenau
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Scharff
- Redaktion: Referat Marketing und Studentische Angelegenheiten
Andrea Schneider
- Fakultät für Maschinenbau
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Kurtz,
Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. med. (habil.) Hartmut Witte,
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Linß,
Dr.-Ing. Beate Schlütter, Dipl.-Biol. Danja Voges,
Dipl.-Ing. Jörg Mämpel, Dipl.-Ing. Susanne Töpfer,
Dipl.-Ing. Silke Stauche
- Redaktionsschluss: 31. August 2005
(CD-Rom-Ausgabe)
- Technische Realisierung: Institut für Medientechnik an der TU Ilmenau
(CD-Rom-Ausgabe) Dipl.-Ing. Christian Weigel
Dipl.-Ing. Helge Drumm
Dipl.-Ing. Marco Albrecht
- Technische Realisierung: Universitätsbibliothek Ilmenau
(Online-Ausgabe) [ilmedia](#)
Postfach 10 05 65
98684 Ilmenau
- Verlag:  Verlag ISLE, Betriebsstätte des ISLE e.V.
Werner-von-Siemens-Str. 16
98693 Ilmenau

© Technische Universität Ilmenau (Thür.) 2005

Diese Publikationen und alle in ihr enthaltenen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt.

ISBN (Druckausgabe): 3-932633-98-9 (978-3-932633-98-0)
ISBN (CD-Rom-Ausgabe): 3-932633-99-7 (978-3-932633-99-7)

Startseite / Index:
<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=15745>

M. Venhaus

Modellbildung und Simulation der Ballondilatation bei Atemwegsstenosen

ABSTRACT

Atemwegsstenosen stellen für den betroffenen Patienten eine erhebliche Beeinträchtigung dar, welche auf jeden Fall der Behandlung bedarf. Eine weit verbreitete Behandlungsmethode ist die Ballondilatation mit anschließender Stentimplantation. In dieser Arbeit wurde untersucht, inwieweit aus den Messungen von Druck und Volumen während des Dilatationsvorganges Rückschlüsse über die Stenosendehnbarkeit zu gewinnen sind. Diese Information wird dringend zur Auswahl eines geeigneten, patientenindividuellen Stents benötigt. Heutzutage erfolgt die Stentauswahl aufgrund von persönlichen Erfahrungen und Präferenzen, was nicht zuletzt auf Grund des gestiegenen Qualitätsanspruches nicht mehr zu akzeptieren ist. Anhand von experimentellen Untersuchungen an Modellstenosen wurden Zusammenhänge zwischen der Stenosendehnbarkeit und den gemessenen p-V-Diagrammen festgestellt und diskutiert. In den anschließenden theoretischen Betrachtungen wurden unter Verwendung von Methoden der Technischen Mechanik Modellgleichungen für das System Dilatationsballon-Stenose entwickelt. Ziel ist es, aus diesen Modellgleichungen und den Messungen von Druck und Volumen die Stenosendehnbarkeit zu ermitteln. Es wird ein als aussichtsreich erscheinendes mathematisches Verfahren zur Lösung dieser Problematik vorgestellt, an welchem zur Zeit noch gearbeitet wird.

EINLEITUNG

In der industriellen Produktion ist die automatisierte und ggf. sensorgeführte Fertigung und Montage seit langem Standard. Hintergrund ist u.a. die verschärfte Wettbewerbssituation durch Öffnung der Märkte und das gestiegene Qualitätsbewusstsein, welches einen bisher einmaligen Stellenwert erreicht hat [Se96].

Anders als in der Industrie ist die Frage nach Qualitätsmanagement in der Medizin nicht die Folge einer Entwicklung im Markt, sondern eine vom Gesetzgeber festgelegte Anforderung. Diese wurde 1989 im SGB V mit dem §137 zur Qualitätssicherung in stationären Einrichtungen verankert. Die Krankenhäuser sind verpflichtet, sich an Maßnahmen zur Qualitätssicherung zu beteiligen. Die Maßnahmen sind auf die Qualität der Behandlung, der Versorgungsabläufe und der Behandlungsergebnisse zu erstrecken. Sie sind so zu gestalten, dass vergleichende Prüfungen ermöglicht werden [Si96]. Obwohl die Qualitätssicherung in der Medizin - auch als Anspruch der Ärzte [Bu03] - quasi unbestritten ist, zeigen sich bei näherem Hinsehen doch deutliche Schwierigkeiten bei der praktischen Umsetzung. Eine der zahlreichen Ursachen ist, dass chirurgische Tätigkeiten in der Regel noch rein "handwerklich" ausgeführt werden. An denen den Chirurgen zur Verfügung gestellten Werkzeugen ist der technische Fortschritt größtenteils vorbeigegangen. Sensorik, wie sie in der industriellen Produktion Gang und Gäbe ist, fehlt nahezu komplett.

PROBLEMSTELLUNG

Im folgenden soll diese Problematik anhand der Ballondilatation mit anschließender Stentimplantation bei Atemwegsstenosen - insbesondere bei der narbigen Striktur - erläutert und analysiert werden. Atemwegsstenosen stellen für den betroffenen Patienten eine erhebliche Beeinträchtigung durch quälend erhöhte Atemarbeit dar, welche auf jeden Fall der Behandlung bedarf. Die Art der Behandlung hängt u.a. vom Stenosentyp ab, von denen verschiedene Typen in Abbildung 1 schematisch dargestellt sind.

Unter den dargestellten Typen gewinnt die narbige Striktur zunehmend an Bedeutung, da die moderne Medizin heutzutage operative Eingriffe ermöglicht, die früher nicht möglich waren, wobei jedoch dieser Stenosentyp häufig als Nebenwirkung auftritt. Im Rahmen der hier geschilderten

Untersuchungen wurde daher ausschließlich die narbige Striktur betrachtet, die üblicherweise durch die o.g. Dilatation mit ggf. anschließender Stentimplantation behandelt wird. Geometrisch betrachtet erstreckt sich die narbige Striktur über einen eindeutigen Bereich und ist rotations-symmetrisch mit näherungsweise konstantem Radius. Vereinfacht kann sie folglich als Zylinder mit der Länge l_s und dem Radius r_s geometrisch beschrieben werden.

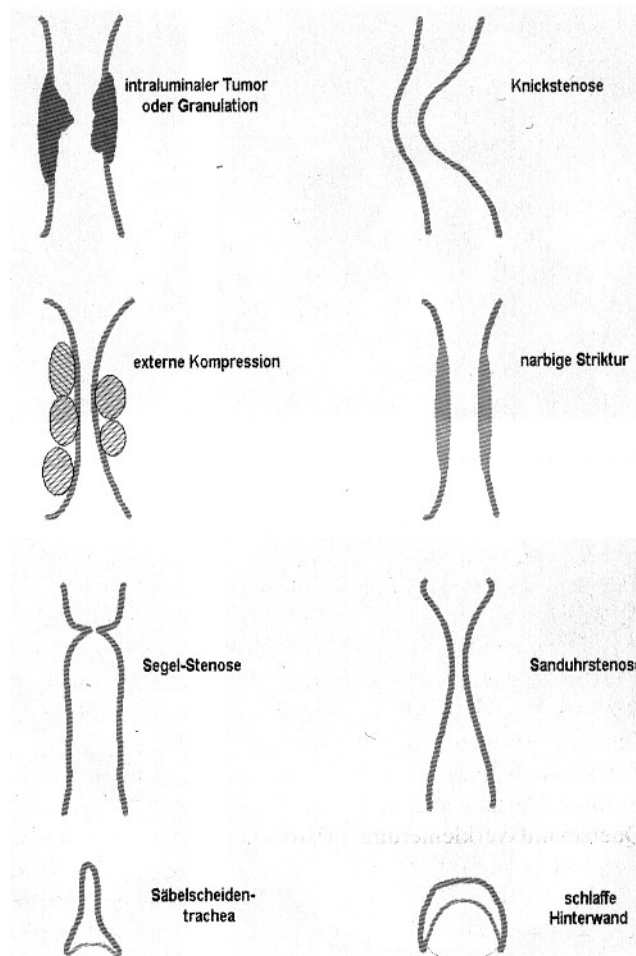


Abbildung 1: Schematische Darstellung verschiedener Typen von Atemwegsstenosen [Fr00]

Während der Ballondilatation spürt der ausführende Arzt die Rückstellkraft des Spritzenkolbens über den zurückgelegten Kolbenweg (siehe Abbildung 2).

Bewusst oder unbewusst glaubt der Arzt in diesem Moment Hinweise auf die mechanischen Eigenschaften der Stenose zu erhalten. Dieser Eindruck ist jedoch durch zahlreiche Einflüsse verfälscht:

- Eventuell vorhandene Lufteinschlüsse im System Spritze-Katheter-Ballon.
- Eigendehnung des Systems Spritze-Katheter-Ballon [We99]
- Flussratenabhängiger Druckabfall im Katheter [Bl00]
- Abhängigkeit der Spannungs-Dehnungs-Diagramme biologischer Materialien von der Verformungsgeschwindigkeit, welche jedoch mehr oder weniger willkürlich gewählt ist [Fu93, Fr00]
- Bisher unberücksichtigte mechanische Effekte, die dazu führen, dass die Stenose an den distalen und proximalen Enden einen zeitlichen "Dehnungsvorsprung" gegenüber den weiter zur Mitte gelegenen Bereichen hat. Dies wird im Abschnitt "MODELLBILDUNG" näher erläutert.

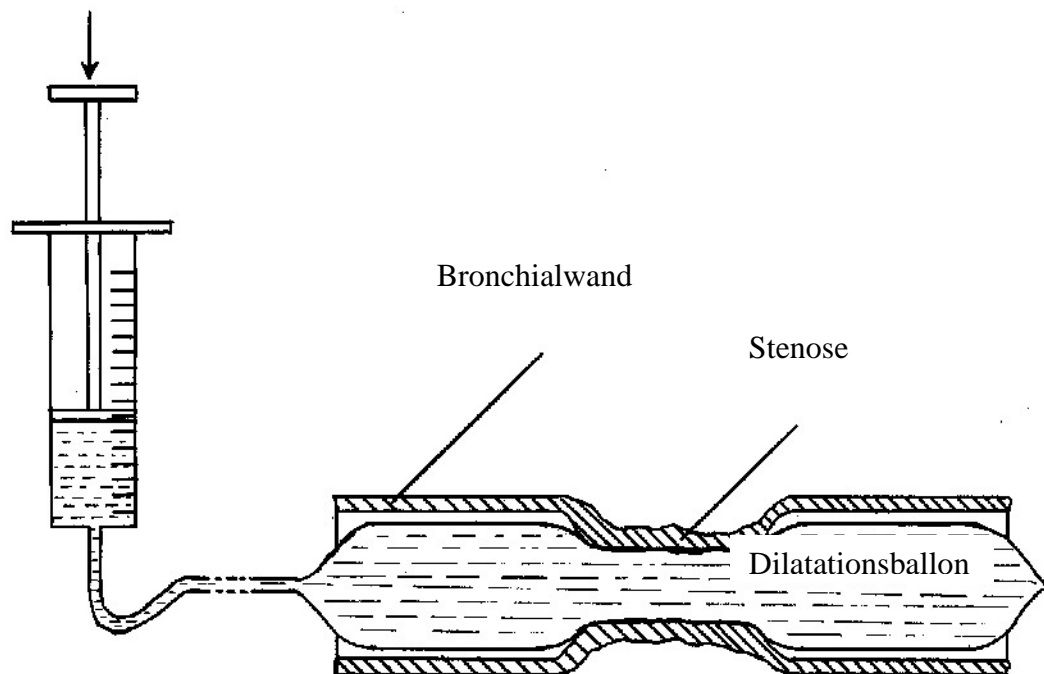


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Ballondilatation einer narbigen Striktur.

Wurde durch die alleinige Dilatation nicht die gewünschte Durchmesserergrößerung erzielt, erfolgt eine Stentimplantation. Die Biomechanik der Stenose und die Konstruktionsmechanik des Stents treten dabei in Wechselwirkung. Wird ein Trachealstent mit elastischen Eigenschaften in eine Stenose eingelegt, so wirkt seine Rückstellkraft gegen die Strikturen des stenosierenden Prozesses an. Der sich einstellende Durchmesser ergibt sich aus den Gleichgewichtsbedingungen dieser gegenläufigen Kräfte.

Die mechanischen Eigenschaften der Stenosen unterscheiden sich ganz erheblich, je nach Art der Erkrankung [Fr00].

Ebenso ist die Vielzahl der zur Verfügung stehenden Stenttypen und Materialien inzwischen verwirrend, die Auswahl schwierig. Diese erfolgt offenbar überwiegend nach persönlichen Präferenzen und kaufmännischen Überlegungen. Dagegen sind stentmechanische Gesichtspunkte nur von untergeordneter Bedeutung [Wa00].

An dieser Stelle wird deutlich, dass eine Anpassung der Stentcharakteristik an die mechanischen Eigenschaften der Stenose nicht erfolgt. Dies wäre aber zur Qualitätssicherung zwingend nötig !

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

Im vorherigen Absatz wurde auf die Schwierigkeiten hingewiesen, mit Hilfe des taktilen Feedbacks bei der manuell durchgeführten Ballondilatation korrekte Rückschlüsse auf die mechanischen Eigenschaften der Stenose zu ziehen. Experimentelle und theoretische Untersuchungen sollten klären, inwieweit die Ballondilatation überhaupt dazu geeignet ist, die gewünschten Informationen zu liefern, oder ob an dieser Stelle völlig andere Instrumente zur Anwendung kommen müssen.

Hierzu wurde in einem Versuchsaufbau der Spritzenvorschub mit einer rechnergesteuerten Linearachse der Firma Adept Technology Inc. durchgeführt. Die Druckmessung erfolgte mit einem am Spritzenausgang angebrachten Drucktransmitter (Abbildung 3). Als zentraler Rechner zur Achssteuerung, Messwertaufnahme und Auswertung wurde ein Rechner (Typ MV-5) der Firma Adept Technology Inc. verwendet, welcher üblicherweise Industrieroboter steuert. Silikonschläuche mit unterschiedlicher Dehnbarkeit dienten als Modellstenosen. Abbildung 4 zeigt die Dilatation einer Modellstenose, wobei deutlich das für die Dilatation von narbigen Strikturen typische Herausragen des Ballons über das proximale und distale Ende der Stenose sichtbar ist (Ballonlänge > Stenosenlänge).

In Abbildung 5 sind typische Druck-Volumen (p-V) Kurven für Modellstenosen mit identischen Abmessungen, aber unterschiedlicher Dehnbarkeit dargestellt. Der in etwa waagerechte Kurvenbereich stellt die Füllphase dar, der Ballon ist noch nicht komplett entfaltet, die Stenose wird noch nicht gedehnt. Nach der Füllphase sind die aus der Stenose herausragenden

Ballonabschnitte entfaltet und haben ihre zylindrische Form erreicht, im stenosierten Bereich liegt der Ballon an der Stenose an (hier bei ca. 2,2 ml). Die steilen Kurvenabschnitte (hier ab ca. 2,2 ml) zeigen den eigentlichen Dilatationsvorgang, bei der die Stenose eine Durchmesserergrößerung erfährt.

Der Druck p im Diagramm ist nicht der (am Spritzenausgang) gemessene Druck, sondern der (berechnete) Druck innerhalb des Ballons. Hierzu wurde vom gemessenen Druck der Druckabfall im Verbindungsschlauch zum Ballon subtrahiert. Zur Überprüfung, ob eine laminare Strömung vorliegt, und zur Berechnung des Strömungswiderstandes kam das in [B100] beschriebene Verfahren zur Anwendung.

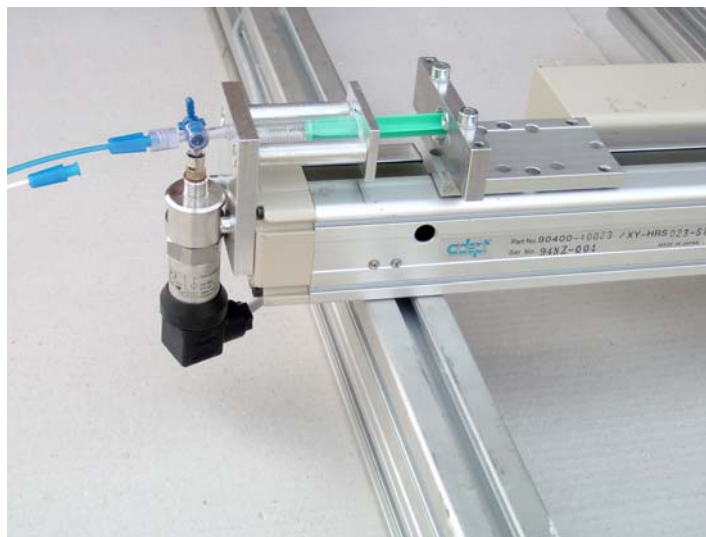


Abbildung 3: Linearachse zum Verfahren der Spritze. Drucktransmitter zur Druckmessung am Spritzenausgang.



Abbildung 4: Dilatation einer Modellstenose

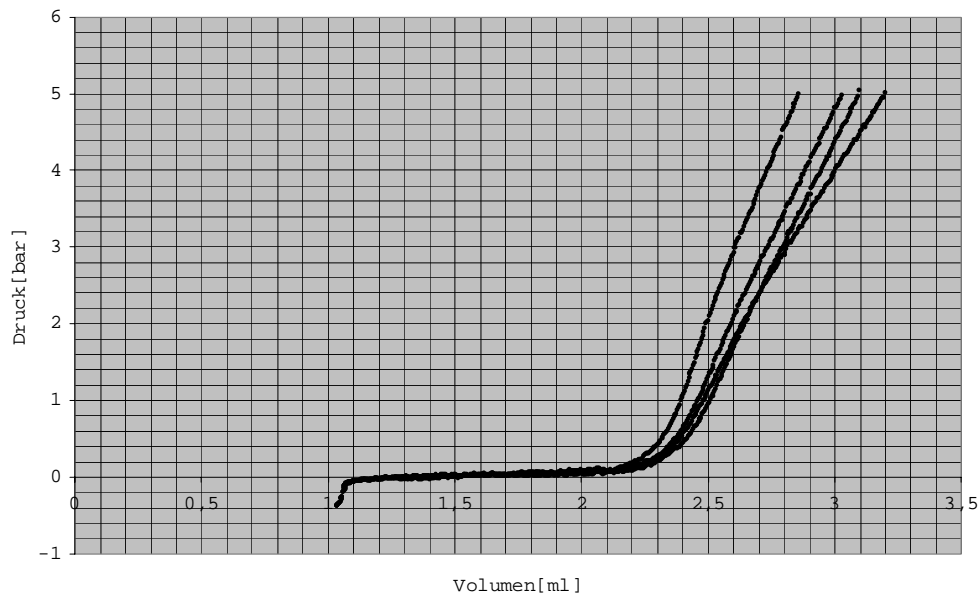


Abbildung 5: p-V-Diagramme der Ballondilatation von Modellstenosen unterschiedlicher Dehnbarkeit.

Das Volumen V im Diagramm sollte im Dilatationsbereich (hier ab ca. 2,2 ml) idealerweise die alleinige Volumenzunahme der Stenose während der Dilatation darstellen. Gemessen wurde das Volumen V über den zurückgelegten Kolbenweg, bei bekanntem Kolbendurchmesser. Dieses Volumen beinhaltet jedoch zusätzlich zum gewünschten Volumen auch noch unerwünschte Volumenzunahmen durch Eigendehnung der Spritze, des Verbindungsschlauches und Dehnung der Ballonhülle. Eventuelle Lufteinschlüsse im System führen zu weiteren Verfälschungen bei der Volumenmessung. Durch Aufnahme von p-V-Kennlinien der Spritze bei verschiedenen Kolbenpositionen konnten zumindest die unerwünschten Zusatzvolumina durch Eigendehnung der Spritze und Lufteinschlüsse im Bereich Spritze/Drucksensor bestimmt werden. In Abbildung 5 wurden die Volumina V bereits entsprechend korrigiert. Effekte durch Eigendehnung des Verbindungsschlauches und des Ballons wurden bei den hier dargestellten Untersuchungen nicht berücksichtigt. Lufteinschlüsse in diesen Bereichen konnten nach optischer Kontrolle ausgeschlossen werden.

Die Versuchsergebnisse in Abbildung 5 zeigen einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Stenosendehnbarkeit und Kurvensteigung. Härtere Stenosen benötigen für eine gewisse Volumenzunahme ΔV eine höhere Druckzunahme Δp im Vergleich zu Stenosen mit höherer

Nachgiebigkeit. Die Messkurven haben im Dilatationsbereich für härtere Stenosen eine größere Steigung. Diese Charakteristik entspricht den Erwartungen.

In Abbildung 6 sind die Messkurven zweier Modellstenosen mit unterschiedlicher Länge ($l_{s1}=10$ mm, $l_{s2}=20$ mm) aber ansonsten identischer Charakteristik (Material, Durchmesser) dargestellt. Die Füllphase für die kurze Stenose ist länger, da ein entsprechend größerer (zu füllender) Ballonanteil über die Stenosenenden hinausragt.

Die annähernde Parallelität der beiden Messkurven im Bereich der Dilatationsphase ist aufgrund folgender Argumentation auf den ersten Blick unerwartet:

Der Balloninnendruck p_i wird über die Ballonhülle, die ja im Bereich der Stenose während der Dilatation nicht entfaltet ist, direkt auf die Stenosenwand übertragen. Druckzunahmen Δp_i führen zur Durchmesserergrößerung Δd_s der Stenose über deren gesamte Länge l_s . Gleichmäßige Durchmesserergrößerung Δd_s über die gesamte Stenosenlänge l_s vorausgesetzt, sollte die längere Stenose bei gleicher Druckzunahme Δp einen größeren Volumenzuwachs erfahren und somit $\Delta V_1 < \Delta V_2$ gelten. Die beiden in Abbildung 6 dargestellten Messkurven wären dann aber nicht parallel.

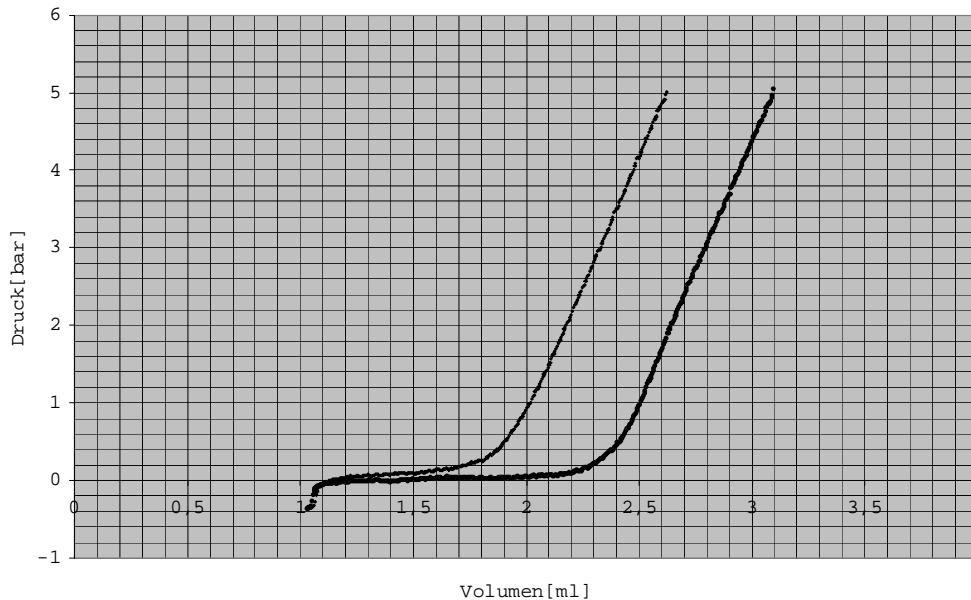


Abbildung 6: p-V-Diagramme der Ballondilatation von Modellstenosen unterschiedlicher Länge.

Eine Erklärung des Verhaltens kann man darin sehen, dass bedingt durch zusätzliche Effekte während des Dilatationsvorganges, die Stenosen an ihren Randbereichen zuerst stärker gedehnt

werden, die weiter innen liegenden Bereiche folgen zeitversetzt. Dieses Verhalten wird sowohl durch Beobachtungen während der experimentellen Untersuchungen (siehe Abbildung 4)) , als auch durch dem Autor vorliegende Röntgenaufnahmen von einer am Patienten durchgeführten Ballondilatation bestätigt.

Der folgende Absatz beschäftigt sich u.a. detailliert mit dieser Problematik.

MODELLBILDUNG DES SYSTEMS DILATATIONSBALLON-ATEMWEGSSTENOSE

Im Anschluss an die oben beschriebenen Untersuchungen wurde ein mechanisches Modell entworfen und die dazugehörigen Modellgleichungen abgeleitet. Abbildung 7 zeigt einen Längsschnitt durch das System bestehend aus Dilatationsballon und Atemwegsstenose während der Dilatationsphase (Momentaufnahme). Die Schnittkurve des Ballons stellt eine Funktion $y = f(x)$ dar, wobei es aus Symmetriegründen ausreichend ist, nur den stärker gezeichneten Teil der Kurve zu betrachten. Dieser wird im folgenden als die Funktion $y = f(x)$ bezeichnet. Die Funktion $y = f(x)$ kann in die Bereiche 0, I, II, III, für welche unterschiedliche Gesetzmäßigkeiten gelten, aufgeteilt werden. Zur Ermittlung dieser Gesetzmäßigkeiten kommt die Schnittmethode der Technischen Mechanik zur Anwendung:

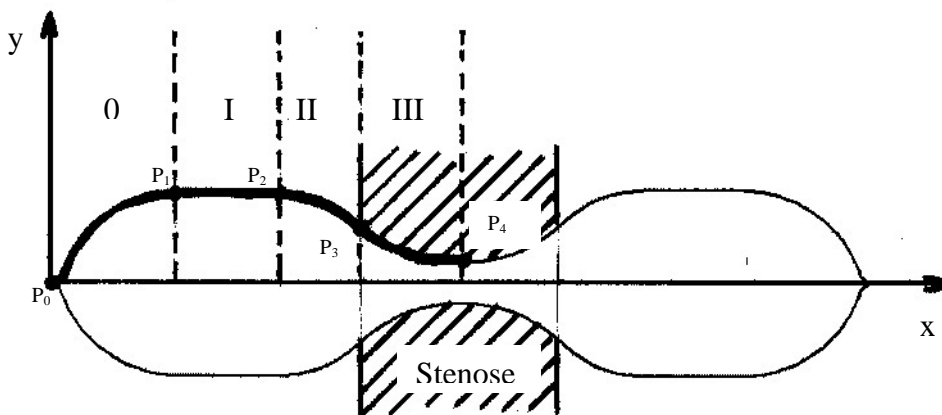


Abbildung 7: Längsschnitt durch das System Ballon-Stenose während der Dilatation

Bereich I :

Dieser Bereich ist durch eine zylindrische Form des Ballons gekennzeichnet. Für das freigeschnittene Ballonelement (Abbildung 8) kommen die bekannten Formeln für den „geschlossenen dünnwandigen zylindrischen Behälter unter inneren Überdruck p_i “ zur Anwendung [Ho79].

Die Spannungen sind gleichmäßig über die Wandstärke s_0 verteilt, da diese klein gegenüber dem Radius r_0 des Ballons ist.

Für die Normalspannung in Längsrichtung gilt:

$$\sigma_l = \frac{1}{2} p_i \cdot \frac{r_0}{s_0} \quad (1)$$

Für die Normalspannung in Umfangsrichtung gilt:

$$\sigma_t = p_i \cdot \frac{r_0}{s_0} \quad (2)$$

Für die Funktion $y = f(x)$ gilt über dem gesamten Bereich I :

$$y = r_0 \quad (3)$$

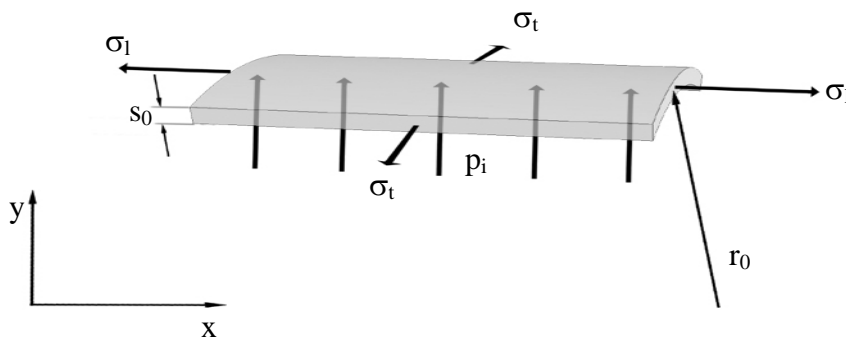


Abbildung 8: Teilstück aus der Ballonhülle im Bereich I

Bereich II:

Dieser Bereich stellt einen „Übergangsbereich“ dar. Der Ballon hat hier aufgrund der Einschnürung, die er durch Bereich III erfährt, bereits keine zylindrische Form mehr, tritt aber auch

noch nicht in Kontakt mit der Stenose. Einschnürungsbedingt treten keine Normalspannungen in Umfangsrichtung auf:

$$\sigma_r = 0 \quad (4)$$

Die Ballonhülle erfährt, ebenfalls einschnürungsbedingt, eine Faltung in Umfangsrichtung. Die Art der Faltung wurde nicht näher untersucht, sondern als über den Umfang gleichmäßig verteiltes Material angenommen. Unter dieser Annahme wird hier die Ballonwand durch (mehrere) übereinanderliegende Materialschichten gebildet, die zusammen die Gesamtwanddicke $s(y)$ ergeben. Geometrische Betrachtungen führen zu folgendem Zusammenhang zwischen Gesamtwanddicke $s(y)$ und y -Koordinate des betrachteten Elementes:

$$s(y) = s_0 \cdot \frac{r_0}{y} \quad (5)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Normalspannung über den gesamten Ballonbereich konstant ist, gilt die Formel (1) auch für den Bereich II :

$$\sigma_r = \frac{1}{2} p_i \frac{r_0}{s_0} \quad (6)$$

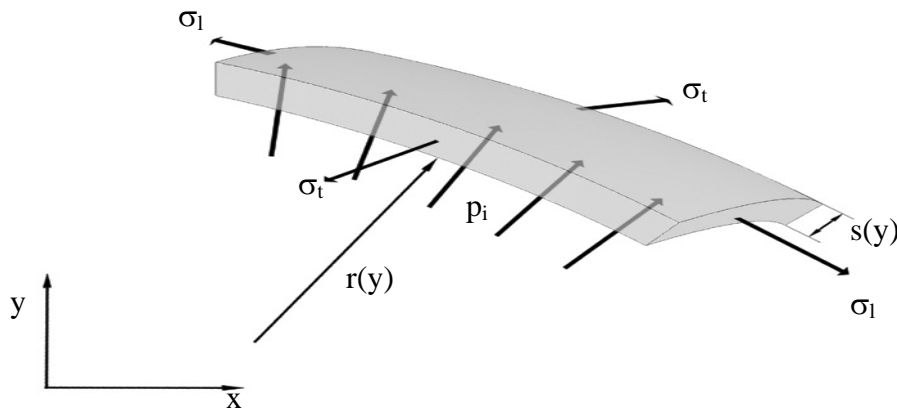


Abbildung 9: Teilstück aus der Ballonhülle im Bereich II (Übergangsbereich)

Die Anwendung der Gleichgewichtsbedingungen auf das in Abbildung 9 freigeschnittene Teilstück führt für die Normalspannung in Längsrichtung zu:

$$\sigma_r = p_i \frac{r(y)}{s(y)} \quad (7)$$

Nach Gleichsetzung von (6) und (7) erhält man:

$$p_i \frac{r(y)}{s(y)} = \frac{1}{2} p_i \frac{r_0}{s_0} \quad (8)$$

$$r(y) = \frac{1}{2} s(y) \frac{r_0}{s_0} \quad (9)$$

Einsetzen von (5) für s(y) ergibt:

$$r(y) = \frac{1}{2} s_0 \frac{r_0}{y} \cdot \frac{r_0}{s_0} \quad (10)$$

Ersetzt man den Radius r(y) durch den Kehrwert der Krümmung k(y) unter Berücksichtigung des Vorzeichens (für Bereich II gilt k<0), ergibt sich nach weiteren Zusammenfassungen:

$$k(y) = -2y \frac{1}{r_0^2} \quad (11)$$

Allgemein gilt für die Krümmung einer Kurve [Br85] :

$$k = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

Einsetzen von (12) in (11) ergibt die den Bereich II beschreibende Differentialgleichung:

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} = -2y \frac{1}{r_0^2} \quad (13)$$

Aus Gleichung (13) ergibt sich die interessante Tatsache, dass die Funktion y = f(x) im Bereich II sowohl unabhängig vom Balloninnendruck p_i als auch von der Wandstärke der Ballonhülle s₀ bzw. s(y) ist.

Bereich III:

In diesem Bereich treten Ballon und Stenose unmittelbar in Kontakt. Wie auch in Bereich II treten einschnürungsbedingt keine Normalspannungen in Umfangsrichtung auf, und es gelten auch hier dieselben Gesetzmäßigkeiten bezüglich der Faltung in Umfangsrichtung:

$$\sigma_r = 0 \quad (14)$$

$$s(y) = s_0 \cdot \frac{r_0}{y} \quad (15)$$

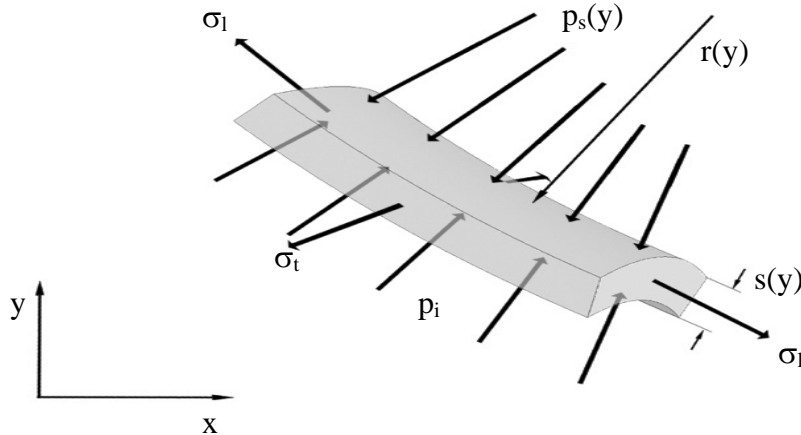


Abbildung 10: Teilstück aus der Ballonhülle im Bereich III.

Eine konstante Normalspannung über den gesamten Ballonbereich vorausgesetzt, gilt die Formel (1) auch für den Bereich III :

$$\sigma = \frac{1}{2} p_i \frac{r_0}{s_0} \quad (16)$$

Die Anwendung der Gleichgewichtsbedingungen auf das in Abbildung 10 freigeschnittene Teilstück führt für die Normalspannung in Längsrichtung zu:

$$\sigma = (p_s(y) - p_i) \frac{r(y)}{s(y)} \quad (17)$$

Im Bereich III werden an den Berührungsstellen Kräfte von der Stenose auf den Ballon und umgekehrt übertragen. Voraussetzung zur Anwendung der Gleichgewichtsbedingungen die zur Formel 17 führen ist, dass diese Kräfte senkrecht auf der Berührungsfläche stehen. Zweifelsohne gilt dies für die durch den Innendruck p_i bewirkten Kräfte. Für die durch den Stenosendruck $p_s(y)$ ausgeübten Kräfte ist hierzu Reibungsfreiheit zwischen Stenose und Ballonhülle gefordert. Aufgrund der feuchten Schleimhäute kann dies als gegeben angenommen werden. Bei den oben geschilderten experimentellen Untersuchungen wurde zur Erlangung der Reibungsfreiheit die Stenose mit einem Gleitmittel eingerieben.

Gleichsetzen von (16) und (17) liefert:

$$(p_s(y) - p_i) \frac{r(y)}{s(y)} = \frac{1}{2} p_i \frac{r_0}{s_0} \quad (18)$$

Nach Einsetzen von (15) für $s(y)$ ergibt sich.

$$(p_s(y) - p_i) \cdot r(y) \cdot \frac{1}{s_0} \cdot \frac{y}{r_0} = \frac{1}{2} p_i \frac{r_0}{s_0} \quad (19)$$

Umstellen führt zu:

$$p_s(y) - p_i = \frac{1}{r(y)} \cdot \frac{r_0}{y} \cdot \frac{1}{2} p_i \cdot r_0 \quad (20)$$

Auch hier wird unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Radius $r(y)$ durch den Kehrwert der Krümmung $k(y)$ ersetzt, wobei für Bereich III $k > 0$ gilt.

$$p_s(y) - p_i = k(y) \cdot r_0^2 \frac{1}{2y} p_i \quad (21)$$

Einsetzen von (12) in (30) sowie weiteres Umstellen führt zu der den Bereich III beschreibenden Differentialgleichung:

$$p_s(y) - p_i - p_i \frac{1}{2y} \cdot r_0^2 \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} = 0 \quad (22)$$

Bereich 0:

Im Bereich 0 läuft die Ballonhülle ausgehend von ihrer zylindrischen Form (Bereich I) spitz zu. Über die Funktion $y = f(x)$ kann hier keine detaillierte Aussage getroffen werden. Die exakte Formgebung ist herstellungsbedingt. Aus analogen Überlegungen, wie sie für den Bereich III gemacht wurden, kann jedoch davon ausgegangen werden, dass auch hier die Funktion $y = f(x)$ unabhängig vom Innendruck p_i und der Wandstärke der Ballonhülle s_0 bzw. $s(y)$ ist. Im weiteren wird die zulässige Vereinfachung getroffen, dass der Bereich 0 ebenfalls eine zylindrische Form mit dem Radius r_0 hat. Die x-Koordinate des Punktes $p_1(x_1; y_1)$ wird so gewählt, dass der zylindrische Ersatzkörper ein mit dem Ursprungskörper identisches Volumen hat.

Nachdem für die einzelnen Bereiche der Funktion $y = f(x)$ Gleichungen bzw.

Differentialgleichungen formuliert wurden, muss nun nach (zusätzlichen) Randbedingungen gesucht werden.

Bekannt ist das Residualvolumen des Ballons durch Messung und der Durchmesser r_0 als Herstellerangabe. Aufgrund der für den Bereich 0 getroffenen geometrischen Vereinfachung ist der Ballon bei freier Dilatation (der Ballon wird ohne einengende Stenose gefüllt) ein durchgehend zylindrischer Körper, für den die Länge L_0 mit den obigen Daten berechnet werden kann.

Undehnbarkeit der Ballonhülle vorausgesetzt ist die Länge l_{ges} der Funktion $y = f(x)$ während des gesamten Dilatationsvorganges konstant, es gilt:

$$l_{ges} = \int_{x_0}^{x_4} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (23)$$

$$l_{ges} = \frac{1}{2} L_0 \quad (24)$$

Für die Bereiche 0, I und II sind die Längen

$$l_0 = \int_{x_0}^{x_1} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (25)$$

$$l_I = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (26)$$

$$l_{II} = \int_{x_2}^{x_3} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (27)$$

unbekannt. Für den Bereich III kann die Länge

$$l_{III} = \int_{x_3}^{x_4} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (28)$$

aufgrund endoskopischer Vermessung der Stenose bzw. aus der Modellstenose als bekannt vorausgesetzt werden.

Für die Steigungen der Funktion $y = f(x)$ können einige wenige Aussagen getroffen werden:

Über den gesamten Bereich 1 gilt $y' = 0$. Dies gilt ebenso für den Bereich 0, nachdem er in eine zylindrische Form „umgewandelt“ wurde (siehe oben).

Für Bereich II gilt $f'(x_2) = 0$

Beobachtungen legen nahe, dass im Punkt $P_3(x_3 ; y_3)$ kein Knick vorliegt:

$$f'(x_3) = f'(x_3) = f'(x_3) \quad (29)$$

LÖSUNGSANSATZ UND AUSBLICK

Die obigen Betrachtungen lassen es als aussichtslos erscheinen, die Funktion $p_s(y)$ aufgrund einer einzigen Momentaufnahme des Dilatationsvorganges zu bestimmen. Vielmehr muss der gesamte

Dilatationsvorgang berücksichtigt werden, wodurch sich eine Kurvenschar verschiedener Funktionen $y = f(x)$ ergibt.

An dieser Problematik wird zur Zeit noch gearbeitet. Erfolgversprechend erscheint ein Ansatz nach dem Schießverfahren:

1. Es wird eine Annahme über die (gesuchte) Funktion $p_s(y)$ getroffen.
2. Mit Hilfe der oben ermittelten Modellgleichungen werden für verschiedene Drücke p_i die Funktionen $y = f(x)$ bestimmt.
3. Rotation der Funktionen $y = f(x)$ um die x-Achse liefert die Ballonvolumina V
4. Mit Hilfe der Drücke p_i (aus 2) und der Volumina v (aus 3) kann ein für die Annahme aus 1 gültiges theoretisches p-V-Diagramm ermittelt werden.
5. Das p-V-Diagramm aus 4 wird mit dem tatsächlich gemessenem p-V-Diagramm verglichen und die Annahme aus 1 korrigiert.

Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis die Abweichung zwischen theoretischem p-V-Diagramm und tatsächlich gemessenem Diagramm einen vorgegebenen Wert unterschreitet.

An dieser Stelle sei nochmals an die Zielstellung, Informationen über die Stenosendehnbarkeit mit Hilfe des gemessenen p-V-Diagrammes zu erhalten, erinnert. Dies kann nach der obigen Modellbildung nun auch folgendermaßen formuliert werden: Ziel ist es, die Funktion $p_s(y)$ (siehe auch Abbildung 10 sowie Gleichung 17) aus dem während der Dilatation gemessenem p-V-Diagramm zu bestimmen.

Literatur- bzw. Quellenhinweise:

- [Bu03] Bundesärztekammer: Curriculum Qualitätssicherung/Ärztliches Qualitätsmanagement, 3. überarbeitete Auflage, 2003. ISSN 0945-1951
- [Bl00] Bloß, P.; Werner, Ch.: Ein einfaches Modell zur Beschreibung von Druck-Volumen-Kurven bei freier Ballondilatation unter Berücksichtigung der Dynamik der Inflationshydraulik. Biomedizinische Technik, Band 45, Heft 6/2000
- [Br85] Grosche, G.; Ziegler, V.; Ziegler, D.: Bronstein-Semendjajew Taschenbuch der Mathematik. Moskau: Verlag Nauka, 1985.
- [Fr00] Freitag, L.; Macha H.-N.: Biomechanik von Stenosen und Stents. Interventionelle und diagnostische Bronchologie. ISBN 3-87185-289-9
- [Fu93] Fung, Y.C.: Biomechanics, Mechanical Properties of Living Tissues, Second Edition. Berlin. Springer Verlag 1993
- [Ho79] Holzmann, G.: Technische Mechanik, Teil 3 Festigkeitslehre. B.G.Teubner Stuttgart. ISBN 3-519-36507-3
- [Se96] Seghezzi: Integriertes Qualitätsmanagement. München, Wien: Hanser, 1996.
- [Si96] Silber, S.: Qualitätssicherung in der Kardiologie: Deutschland. Herz 21 (1996), 273-282 (Nr.5)

[Wa00] Waßermann, K.: Stents- und ein skeptisches Plädoyer für die Palliativmedizin. Interventionelle und diagnostische Bronchologie. ISBN 3-87185-289-9

[We99] Werner, Chr., Bloß P., Kießling, D., Patschke, H., Unverdorben, M., Vallbracht, Chr.: Druck-Volumen-Messungen an PTCA-Kathetern mit Ballons niederer und höherer Complinance. Biomedizinische Technik, Band 44, Heft 11/1999

Autorenangabe:

Dipl.-Ing. Martin Venhaus

Adept Technology GmbH, Otto-Hahn-Str.23, 44227 Dortmund

Tel.: 0231/75 89 4-35

Fax.: 0231/75 89 4-50

E-mail: martin.venhaus@adept.com